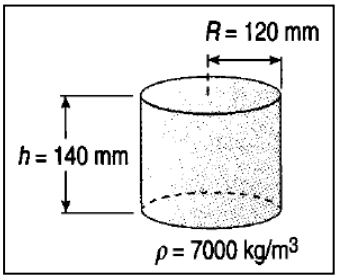
Dynamique – Mouvement de rotation

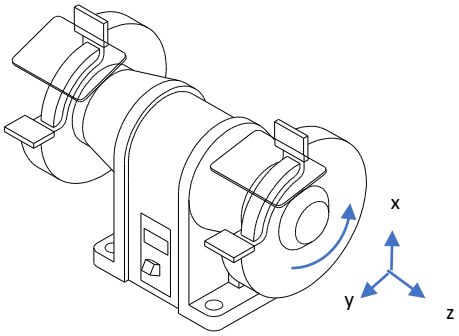
Exercice 1



Le rotor d'un moteur est assimilé à un cylindre dont on donne les caractéristiques ; ρ (en kg/m³) désigne la masse volumique.
Calculer le moment d'inertie du cylindre.

Le moment d'inertie est donné par : $J = \frac{1}{2}MR^2$
Calculons la masse du cylindre : $M = \rho V = \rho Sh = \rho\pi R^2 h = 44{,}33\ kg$
d'où : $J = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2}\rho\pi hR^4 = 0{,}319\ kg.m^2$

Exercice 2



Le touret est constitué d'un moteur asynchrone avec un rotor à cage. Le moteur a une vitesse de rotation nominale de N = 1500 tours/min. A la coupure du courant le moteur s'arrête en 70s, le mouvement est supposé uniformément décéléré. Le moment d'inertie des masses tournantes est : J=0.06 kg.m². Le frottement des paliers est à l'origine du freinage de l'arbre et exerce un moment résistant M_r porté par l'axe $\vec{z}$.
1) **Déterminer** la valeur de la décélération.
Dans un MCUV l'accélération angulaire est donnée par : $\alpha = \omega' = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ avec :
$\omega_0 = N\frac{\pi}{30} = 157\ rad/s$, $\omega_1 = 0$ et $\Delta t = 70$ s
donc : $\alpha = \omega' = \frac{0-157}{70}$=-2,244 rad.s^{-2}
2) **Faire l'inventaire** des actions mécaniques et **calculer** la valeur du moment de frottement exercé par les paliers en A et B en appliquant le principe fondamental de la dynamique.
On isole l'ensemble tournant et on fait l'IAME :
Le poids : exercé en G (donc moment nul en G), vertical vers le bas
L'action de la liaison pivot avec frottement $\left\{\begin{matrix} X_A & L_A \\ Y_A & M_A \\ Z_A & M_r \end{matrix}\right\}_{A\,(x,y,z)}$
Appliquons le PFD en rotation autour de l'axe (G,z), équation de moment en G sur z : $0 + M_r = J_{Gz}\omega'$
D'où : $M_r = 0{,}06.(-2{,}244)$ =-0,135 Nm
3) En fonctionnement continu, **calculer** les pertes mécaniques du mécanisme :
Avec : P = C.ω P: puissance en watt
C: couple en N.m
ω: Vitesse de rotation en rad/s.

$$P_f = M_r\omega_0 = -21{,}14\ W$$

Exercice 3

Le moment d'inertie du rotor d'un moteur de machine électrique s'oppose à sa variation de vitesse angulaire. Plus il sera grand, plus il sera difficile de changer de fréquence de rotation. On assimile le rotor d'un moteur à un cylindre homogène de diamètre 250 mm et de hauteur 100 mm et de masse volumique ρ = 7100 kg/m³.
1) **Calculer** son moment d'inertie J_1
Le moment d'inertie est donné par : $J = \frac{1}{2}MR^2$
Calculons la masse du cylindre : $M = \rho V = \rho Sh = \rho\pi R^2 h = 34{,}85\ kg$
d'où : $J_1 = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2}\rho\pi h{R_1}^4 = 0{,}272\ kg.m^2$

2) **Calculer** le moment d'inertie J_2d'un rotor assimilable à un cylindre de même masse, mais ayant un diamètre de 100 mm.

$$J_2 = \frac{1}{2}M{R_2}^2 = \frac{1}{2}34{,}85 \times 0{,}05^2 = 4{,}36.10^{-2}\ kg.m^2$$

3) **Citer** pour chaque moteur une application où son emploi est souhaitable.
Pour faciliter des variations rapides de vitesses, arrêts et démarrages fréquents on préférera une faible inertie.
Pour régulariser la vitesse de rotation on choisira une inerte élevée.

Exercice 4

Une machine est entraînée par un moteur électrique de fréquence nominale 1500 tours/min. Celui-ci exerce au démarrage un couple moteur C_M constant de 40 N.m. Le moment d'inertie J de l'ensemble de la chaîne cinématique rapporté à l'axe du rotor est de 12,5 kg.m². Le couple résistant C_R est supposé constant et égal à 4 N.m.

1) **Calculer** l'accélération du moteur pendant le démarrage.

Il faut appliquer le PFD, équation de moment en projection sur l'axe de rotation (G,z).
On isole l'ensemble tournant :
IAME :
action du poids : appliquée en G (pas de moment en G)
action de la liaison pivot d'axe (G,z) : $\left\{\begin{matrix} X_A & L_G \\ Y_G & M_G \\ Z_G & 0 \end{matrix}\right\}_{(x,y,z)}^{G}$

action du couple résistant : $\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & C_R \end{matrix}\right\}_{(x,y,z)}^{G}$ avec C_R = -4 Nm

action du couple moteur : $\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & C_M \end{matrix}\right\}_{(x,y,z)}^{G}$ avec C_M = 40 Nm

Sous l'effet de ces efforts le système prend une accélération angulaire ω' et le torseur dynamique prend la forme :

$$\{D\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & J\omega' \end{matrix}\right\}_{(x,y,z)}^{G}$$

PFD, équation de moment en G sur z : $0 + C_R + C_M = J\omega'$ d'où :

$$\omega' = \frac{C_R + C_M}{J} = 2{,}88\ rad/s^2$$

2) **Calculer** le temps t_d mis pour atteindre la fréquence nominale.

$$\omega_{nom} = N\frac{\pi}{30} = 157\ rad/s$$

ω'étant constante le mouvement est un MCUV donc : $\omega(t) = \omega' t et t_d = \frac{\omega_{nom}}{\omega'} = 54{,}5\ s$

Exercice 5

Une meule pleine cylindrique de masse volumique 4000 kg/m³ a un diamètre *D* = 600 mm et une épaisseur *e* = 50 mm. Elle tourne à la fréquence *N* de 900 tours/min d'un mouvement uniforme quand elle est entraînée par le moteur électrique. On débraye le moteur. La meule n'est plus soumise qu'au couple de frottement *Cf* de son arbre sur les paliers. *Cf* = -5 N.m.

1) **Calculer** ω'

Il faut appliquer le PFD, équation de moment en projection sur l'axe de rotation (G,z).
On isole l'ensemble tournant :
IAME :
action du poids : appliquée en G (pas de moment en G)
action de la liaison pivot avec frottement d'axe (G,z) : $\left\{\begin{matrix} X_A & L_G \\ Y_G & M_G \\ Z_G & C_f \end{matrix}\right\}_{(x,y,z)}^{G}$

Sous l'effet de ces efforts le système prend une accélération angulaire ω' et le torseur dynamique prend la forme :

$$\{D\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & J\omega' \end{matrix}\right\}_{(x,y,z)}^{G}$$

PFD, équation de moment en G sur z : $0C_f = J\omega'$ avec : $J = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2}\rho\pi hR^4 = 2{,}545\ kg.m^2$ d'où :

$$\omega' = \frac{C_f}{J} = -1{,}965\ rad/s^2$$

3) **Calculer** le temps d'immobilisation

$$\omega_0 = N\frac{\pi}{30} = 94{,}25\ rad/s$$

ω' étant constante le mouvement est un MCUV donc : $\omega(t) = \omega' t$ et $t_i = \frac{-\omega_0}{\omega'} = 48\ s$

4) **Calculer** le nombre de tours faits pendant ce temps

$$\theta = \frac{1}{2}\omega' t^2 + \omega_0 t = -\frac{1{,}965}{2}48^2 + 94{,}25 \times 48 = 2260\ rad = 359{,}7\ tours$$

Exercice 6

Une meule de moment d'inertie J = 40 kg.m^2 tourne à la vitesse de 1200 tours/min. Après le freinage, elle s'arrête après avoir fait 450 tours.

Calculer la valeur du couple de freinage C_f.

Calcul de l'accélération angulaire : $\omega' = \frac{\omega^2 - {\omega_0}^2}{2(\theta - \theta_0)}$

avec : $\omega = 0 \omega_0 = N\frac{\pi}{30} = 125{,}66\ rad/s$ et $\theta - \theta_0 == 450 \times 2\pi = 2827\ rad$

ce qui donne : $\omega' = 2{,}793\ rad/s^2$

Le PFD équation de moment sur l'axe de rotation permet d'écrire : $C_f = J\omega' = 111{,}71\ Nm$