

SPACE MOUNTAIN

Présentation :

Cette attraction foraine se présente sous forme d'un chapiteau renfermant des montagnes russes qui sont parcourues à grande vitesse.

Avant de rentrer dans le circuit effectif de l'attraction, le train contenant les passagers se positionne dans le « canon de lancement ». Durant cette phase de **positionnement** dans le canon, une série de test est effectuée pour assurer la sécurité des passagers.

Il passe ensuite en phase de **lancement**. Durant cette phase de lancement, un pousseur pousse le train dans les premiers mètres afin d'atteindre sa vitesse Maximum. Ensuite le train continue sa course par lui-même en ralentissant progressivement jusqu'à rentrer dans le circuit (parcours) à la vitesse de 4m/s.



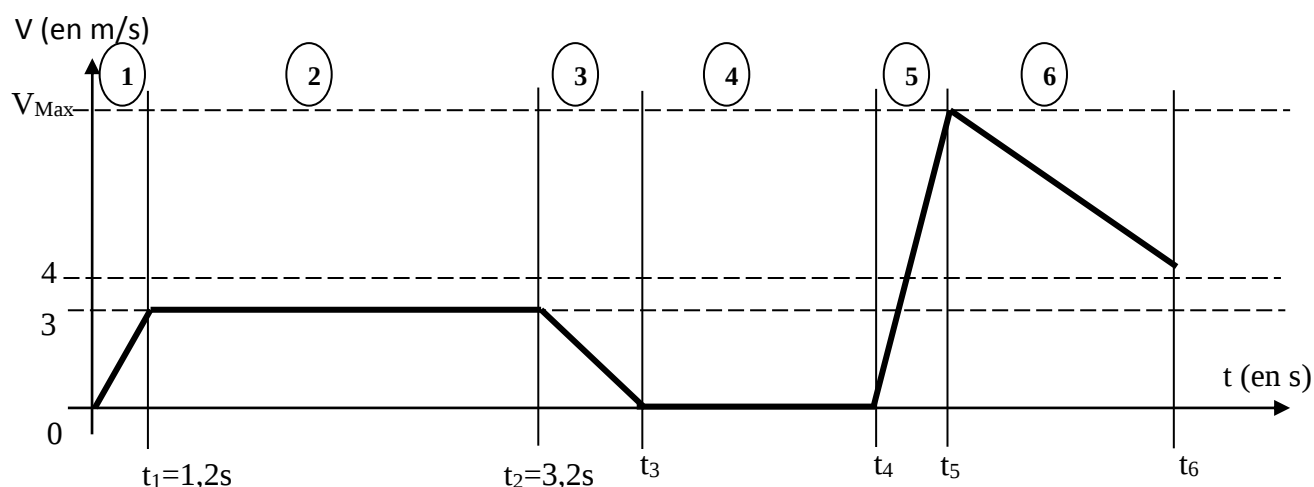
SpaceMountain



Bâtiment vu de l'extérieur

Étude

La vitesse du train est définie par l'allure de la courbe suivante :



Étude de la phase 1. MRUV donc $a_1 = \text{cste}$

- 1- Préciser les conditions initiales (CI) et finales (CF) connues.

CI $t_0 = 0$

$x_0 = 0$

$v_0 = 0$

CF $t_1 = 1,2 \text{ s}$

$x(1,2) = ?$

$v(1,2) = 3 \text{ m/s}$

- 2- Déterminer l'accélération
- a_1
- de la phase 1.

$$a_1 = \frac{v(t_1) - v_0}{t_1 - t_0} = 2,5 \text{ m/s}^2$$

- 3- Déterminer les équations de l'accélération
- $a_1(t)$
- , de la vitesse
- $v_1(t)$
- , et de la position
- $x_1(t)$
- du train.

$a_1(t) = 2,5$

$v_1(t) = a_1 t + v_0 = 2,5t$

$x_1(t) = \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_0 t + x_0 = 1,25t^2$

- 4- Déterminer la distance parcourue par le train pendant la phase 1.

$x_1(t_1) = 1,25(1,2)^2 = 1,8 \text{ m}$

Étude de la phase 2. MRU donc $v_2 = \text{cste}$

- 5- Préciser les conditions de début de phase et de fin de phase connues..

CD $t_1 = 1,2 \text{ s}$

$x(t_1) = 1,8 \text{ m}$

$v(t_1) = 3 \text{ m/s}$

CF $t_2 = 3,2 \text{ s}$

$x(3,2) = ?$

$v(3,2) = 3 \text{ m/s}$

- 6- Déterminer les équations de l'accélération
- $a_2(t)$
- , de la vitesse
- $v_2(t)$
- , et de la position
- $x_2(t)$
- du train.

$a_2(t) = 0$

$v_2(t) = 3$

$x_2(t) = v_2(t - t_1) + x(t_1) = 3(t - 1,2) + 1,8 = 3t - 1,8$

- 7- Déterminer la position du train en fin de phase 2.

$x_2(t_2) = 3t_2 - 1,8 = 7,8 \text{ m}$

Étude de la phase 3 MRUV donc $a_3 = \text{cste}$

Le train s'arrête en parcourant une distance de 1,5m.

- 8- Préciser les conditions de début de phase et de fin de phase connues.

CD $t_2 = 3,2 \text{ s}$

$x(t_2) = 7,8 \text{ m}$

$v(t_2) = 3 \text{ m/s}$

CF $t_3 = ?$

$x(t_3) = 7,8 + 1,5 = 9,3 \text{ m}$

$v(t_3) = 0 \text{ m/s}$

- 9- Déterminer l'accélération de la phase 3.

$$a_3 = \frac{v(t_3)^2 - v(t_2)^2}{2(x(t_3) - x(t_2))} = \frac{0 - 3^2}{2 \times 1,5} = -3 \text{ m/s}^2$$

- 10- Déterminer les équations de l'accélération
- $a_3(t)$
- , de la vitesse
- $v_3(t)$
- , et de la position
- $x_3(t)$
- du train.

$a_3(t) = -3$

$v_3(t) = a_3(t - t_2) + v(t_2) = -3(t - 3,2) + 3 = -3t + 12,6$

$$x_3(t) = \frac{1}{2} a_3(t - t_2)^2 + v(t_2)(t - t_2) + x(t_2) = -1,5(t - 3,2)^2 + 3(t - 3,2) + 7,8$$
$$= -1,5t^2 + 12,6t - 17,2$$

- 11- Déterminer la durée de la phase 3.

$v_3(t_3) = 0 = -3t_3 + 12,6$

d'où $t_3 = \frac{12,6}{3} = 4,2 \text{ s}$ et la durée de la phase 3 vaut : $\text{durée} = t_3 - t_2 = 1 \text{ s}$

- 12- Vérifier la position du train en fin de phase 3.

$x_3(t_3) = x_3(4,2) = -1,5 + 3 + 7,8 = 9,3 \text{ m}$

Étude de la phase 4

La phase 4 est une phase d'attente avant le grand départ.

Prendre $x_{5i} = 0 \text{ m}$ pour l'analyse du lancement (phases 5 et 6) et $t_4 = 0$

Étude de la phase 5 MRUV avec $a_5 = 8 \text{ m/s}^2$

L'accélération du train pendant la phase 5 est de 8 m/s^2 pendant 1.75 s .

13- Préciser les conditions de début de phase et de fin de phase connues.

CD $t_4 = 0$

CF $t_5 = 1,75 \text{ s}$

$$x(t_4) = 0$$

$$x(t_5) = ?$$

$$v(t_4) = 0$$

$$v(t_5) = ?$$

14- Déterminer la vitesse v_{5f} (Vitesse maxi) en fin de phase 5.

$$v_5(t) = a_5 t + v(t_4) = 8t$$

$$v_{5f} = v_5(t_5) = 8 \times 1,75 = 14 \text{ m/s} \quad \text{soit environ } 50 \text{ km/h}$$

15- Déterminer les équations de l'accélération $a_5(t)$, de la vitesse $v_5(t)$, et de la position $x_5(t)$ du train.

$$a_5(t) = 8$$

$$v_5(t) = 8t$$

$$x_5(t) = \frac{1}{2} a_5 t^2 + v_0 t + x_0 = 4t^2$$

16- Déterminer la position du train en fin de phase 5.

$$x_5(t_5) = 4t_5^2 = 12,25 \text{ m}$$

Étude de la phase 6 MRUV avec $a_6 = -2 \text{ m/s}^2$

La décélération du train pendant la phase 6 est de -2 m/s^2 .

17- Préciser les conditions de début de phase et de fin de phase connues.

CD $t_5 = 1,75 \text{ s}$

CF $t_6 = ?$

$$x(t_5) = 12,25 \text{ m}$$

$$x(t_6) = ?$$

$$v(t_5) = 14 \text{ m/s}$$

$$v(t_6) = 4 \text{ m/s}$$

18- Déterminer les équations de l'accélération $a_6(t)$, de la vitesse $v_6(t)$, et de la position $x_6(t)$ du train.

$$a_6(t) = -2$$

$$v_6(t) = a_6(t - t_5) + v(t_5) = -2(t - 1,75) + 14 = -2t + 17,5$$

$$x_6(t) = \frac{1}{2} a_6(t - t_5)^2 + v(t_5)(t - t_5) + x(t_5) \\ = -(t - 1,75)^2 + 14(t - 1,75) + 12,25 = -t^2 + 17,5t - 15,3125$$

19- Déterminer la durée de la phase 6.

$$v_6(t_6) = -2t_6 + 17,5 = 4$$

$$\text{d'où : } t_6 = \frac{4 - 17,5}{-2} = 6,75 \text{ s et la durée de la phase 6 vaut : } \text{durée} = t_6 - t_5 = 5 \text{ s}$$

20- Déterminer la position du train en fin de phase 6.

$$x_6(t_6) = 57,25 \text{ m}$$

Résultats - courbes

21- Tracer les courbes représentatives de l'accélération, vitesse et position instantanée de la porte en fonction du temps.

